

【質問メールの質問部分】 Date: Wed, 9 Dec 2009 18:05:34 +0900 (JST)

課題で配られたプリントをさっそくやってみたのですが、
問題2と問題7が配布物の 方もよくわかっていないのでわかりません。

問題2と7の基本的なやり方を中心に、プリントの $\{\{\phi\}\}$ のことなど
プリント にも載っていないこともふまえて解説していただけると幸いです。

【返信メールの回答部分】 Date: Wed, 09 Dec 2009 18:58:11 +0900

平成 21 年 12 月 9 日(水)

まず、問題2について：

空集合 ϕ は、 $\{\}$ と表せますね。つまり、要素がない集合です。

$\{\phi\}$ は、 ϕ を要素とする集合です。

$\{\{\phi\}\}$ は、 $\{\phi\}$ を要素とする集合です。

したがって、 $\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}$ は異なる集合になります。

見方を変えると分かりやすいかもしれません。そこで、
たとえば、空集合 ϕ を a と置き換えて考えてみて下さい。

配布したテキストで、問題2に関連する箇所は、「ベキ集合」のところですが。
もちろん、「空集合」も関連しますが。

例題 1.30 を解いてみて下さい。

具体的には、たとえば、問題2の5について考えてみましょう。

$\{\{\phi\}\} \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$ が正しいかどうかを判定せよ。

これは、集合 $\{\phi, \{\phi\}\}$ が部分集合として、 $\{\{\phi\}\}$ を含むか？ という
ことを問っています。

直接でも解けますが、上記で示したように、 ϕ を a に置き換えてみましょう。
すると、

左辺 $\{\{\phi\}\}$ は、 $\{\{a\}\}$ となります。

右辺 $\{\phi, \{\phi\}\}$ は、 $\{a, \{a\}\}$ となります。

さらに、 $\{a\}$ を b に置き換えてみましょう。

左辺 $\{\{\phi\}\}$ は、 $\{\{b\}\}$ となります。

右辺 $\{\phi, \{\phi\}\}$ は、 $\{a, b\}$ となります。

したがって、問題は、次のように書き表すことができます。

$\{b\} \subseteq \{a, b\}$ が正しいかどうか判定せよ。

上記の問題を判定して下さい。

その判定結果が、つまりは、問題 2 の 5 の判定結果になりますね。

次に、問題 7 について

配布したテキストで、問題 7 に関連する箇所は、「限定記号」のところ です。

講義では、例題 3.37 を板書し、解説したと思います。

例題 3.37 と同じ考え方で、問題 7 を解いてみて下さい。

例題 3.38 も解いてみて下さい。

具体的には、たとえば、問題 7 の 1 について考えてみましょう。

この命題を、言葉で表現すると、

「任意の実数 x に対し、 $y^2 = x$ を満たす 自然数 y が存在する」 --- (A)

という主張です。

x は任意に選んでよいのですから、たとえば、 $x=2$ とします。

このとき、 $y^2 = x$ を満たす y は、 $+\sqrt{2}$ か $-\sqrt{2}$ になりますね。

$+\sqrt{2}$ も $-\sqrt{2}$ も自然数ではないですね。

したがって、 $y^2 = x$ を満たす自然数 y が存在しません。

ゆえに、上記の命題 (A) は正しくない。ゆえに、偽 と判定できる。

以上
