

(2009/11/25(水) 配布)

2009 年度 離散数学 レポート課題¹

(提出期限: 2010 年 1 月 13 日 (水) の 1 時限まで)

以下に示す 8 題の全問を解答せよ。

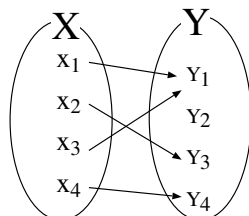
問題 1 (ベキ集合)

1. 集合 $X = \{a\}$ のベキ集合 2^X を外延的記法で表せ.
2. 集合 $X = \{a, b, c, d\}$ のベキ集合 2^X を外延的記法で表せ.
3. 集合 $\{\phi\}$ のベキ集合 $2^{\{\phi\}}$ を外延的記法で表せ.
4. 集合 $2^{\{\phi\}}$ のベキ集合 $2^{2^{\{\phi\}}}$ を外延的記法で表せ.

問題 2 次のことが正しいかどうかを判定せよ。さらに、正しくないと判定した場合には、その判定理由を述べよ。

1. $\phi \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$
2. $\phi \in \{\phi, \{\phi\}\}$
3. $\{\phi\} \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$
4. $\{\phi\} \in \{\phi, \{\phi\}\}$
5. $\{\{\phi\}\} \subseteq \{\phi, \{\phi\}\}$
6. $\{\{\phi\}\} \in \{\phi, \{\phi\}\}$

問題 3 (写像: 像と逆像) 集合 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ とする. 写像 $f: X \rightarrow Y$ を次の図のように定義する. このとき, $f^{-1}(f(\{x_2, x_4\}))$ と $f(f^{-1}(\{y_1, y_3\}))$ をそれぞれ外延的記法で表せ.



問題 4 (写像: 全射と単射) 次の問いの解答として記述する例は、講義で板書した以外の例を挙げよ。

1. “単射であり” かつ “全射でない” 写像の具体例を示し, 全射でないことを具体的に説明せよ.
2. “全射であり” かつ “単射でない” 写像の具体例を示し, 単射でないことを具体的に説明せよ.

¹法政大学 情報科学部, 2009 年度 秋 離散数学 (水曜日 1 時限目)

©2007–2009 栗原正純, 電気通信大学情報通信工学科, kuri@ice.uec.ac.jp

(33: ~/doc/tex/dismath2009/kadai/ : 2009/11/17/14:18)

本資料は、次の WEB サイトから入手可能である。

<http://www.code.ice.uec.ac.jp/class/pdf/20091125.pdf>

問題 5 次を示す真理値表の空欄を埋め、完成させよ。ただし、 p, q は命題を表す。また、 T は真を表し、 F は偽を表す。

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
T	T				
T	F				
F	T				
F	F				

問題 6 p, q を命題とする。このとき、命題 “ $(p \vee \neg q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \neg p)$ ” の真理値表を示せ。

問題 7 次の命題の真偽の判定結果を、理由を付けて述べよ。

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{N} : y^2 = x$
2. $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} : y^2 = x$
3. $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : y^2 = x$
4. $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{R} : y^2 = x$
5. $\forall y \in \mathbb{N}, \exists x \in \mathbb{N} : y^2 = x$

問題 8 (数学的帰納法) 次の 3 問の中から 1 問を選び、解答せよ。

1. 5 円と 7 円の切手だけで 24 円以上の任意の郵便代金を支払えることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。
2. 任意の有限集合 X に対し、 $|2^X| = 2^{|X|}$ が成り立つことを、 $|X|$ に関する数学的帰納法を用いて証明せよ。
ただし、 2^X は集合 X のべき集合である。また、 $|X|$ と $|2^X|$ は、それぞれ集合 X と 2^X の要素の個数を表す。
3. 自然数の集合 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ に属するすべての奇数 n に対し、 $2^n + 3^n$ は 5 で割り切れることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

以上