

2008 年度 離散数学 講義資料¹

5.3 順序関係

問題 1 順序関係の定義を述べよ.

問題 2 あるクラスの各生徒に関する国語の得点 x と数学の得点 y からなる順序対 $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ を調べると、以下の 10 通りであった。

$$\begin{aligned} a &= (100, 80), & b &= (90, 90), & c &= (100, 70), \\ d &= (90, 80), & e &= (80, 90), & f &= (90, 70), \\ g &= (90, 60), & h &= (70, 80), & i &= (70, 70), \\ j &= (70, 60). \end{aligned}$$

これらの順序対からなる有限集合を

$$X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$$

と定義する。そして、 X 上の関係 $\preceq$ を以下のように定義する。

任意の $(x, y), (x', y') \in X$ に対し、

$$“(x, y) \preceq (x', y’) ” \Leftrightarrow “x \leq x' \text{ かつ } y \leq y' ”$$

と定義する。ただし、記号 “ $\leq$ ” は通常の数的大小関係を表すものとする。このとき、関係 $\preceq$ は X 上の順序関係になり、 $(X, \preceq)$ は順序集合となる。

そこで、 X の部分集合 $Y = \{d, f, g, h, i\}$ と $Z = \{c, d, f\}$ を考える。このとき、以下の問いに解答せよ。

1. 順序集合 $(X, \preceq)$ のハッセ図を示せ。
2. 部分集合 Y と Z のそれぞれの最大元、最小元、極大元、極小元、上界、下界、上限、下限を示せ。

5.5 グラフと隣接行列

問題 3 (大人と子供) 1 人の大人と 2 人の子供が岸にいる。川にはボートが 1 台あるが、大人 1 人か子供 2 人までしか乗れない。さらに、空のボートを対岸に渡すことはできない。全員が川を渡るにはどうすればよいのか? ^a (一部加筆修正)

^a出典: フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』

問題 4 (狼とヤギとキャベツ) オオカミとヤギを連れキャベツを持った農夫が川岸にいる。川にはボートが 1 台あるが、農夫の他には動物一頭かキャベツ一個しか乗せられない。農夫がいなければオオカミはヤギを襲うし、ヤギはキャベツを食べてしまう。全員が安全に対岸に渡るためにはどのように渡ればよいのか? ^a (一部加筆修正)

^a出典: フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』

問題 5 (ウサギとイヌ) 3 羽のウサギと 3 匹のイヌが川を渡ろうとしています。川にはボートが 1 台あるが、2 匹までしか乗れない。さらに、空のボートを対岸に渡すことはできない。イヌはウサギの数より多くなるとウサギを襲ってしまいます。全員が安全に対岸に渡るためにはどのように渡ればよいのか? ^a (一部加筆修正)

^a出典: <http://kumamoto.classmatch.org/dekiru/kawa/kawa.html>

問題 6 (問題 3 ~ 5 に対する追加問題)

1. 全員が対岸に渡るためにボートを利用する最小回数を示せ。
2. 最小回数で実行できる手順は何通りあるかを示せ。さらに、それらの手順のすべてを示せ。

¹法政大学 情報科学部, 2008 年度 秋 離散数学 (水曜日 1 時限目)

(2008/12/24 出欠課題 解答用紙)

2008 年度 離散数学 講義資料²

解答 1

解答 2

1. (ハッセ図)

2.

	Y	Z
最大元		
最小元		
極大元		
極小元		
上界		
下界		
上限		
下限		

学生証番号	氏名	提出日