

2008 年度 離散数学 講義資料¹

例題 1 同値関係の定義を述べよ.

解答欄

例題 2 n を任意の自然数とする。このとき、

$$R_{(n)} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x - y \text{ は } n \text{ の倍数} \}$$

は $\mathbb{Z}$ 上の同値関係になる。ただし、 $\mathbb{Z}$ は整数の全体からなる集合を表す。

そして、 $\mathbb{Z}$ 上の同値関係 $R_{(n)}$ に対する同値類と商集合は次のように定義される。

任意の $x \in \mathbb{Z}$ に対し、

$$[x] = [x]_{(n)} = [x]_{R_{(n)}} = \{y \in \mathbb{Z} \mid xR_{(n)}y\}$$

を $R_{(n)}$ による x の同値類という。さらに、 $\mathbb{Z}$ 上の同値関係 $R_{(n)}$ に対し、

$$\mathbb{Z}/R_{(n)} = \{[x] \mid x \in \mathbb{Z}\}$$

を $\mathbb{Z}$ の R_n による 商集合 という。

1. いま、 $n = 7$ として、 $\mathbb{Z}$ 上の 同値関係 $R_{(7)}$ を考える。以下の問いに解答せよ。

i. $R_{(7)}$ による $5 \in \mathbb{Z}$ の 同値類 $[5]$ に属し、かつ 5 以外の要素であるものを 3 つ記せ。

解答欄

ii. $\mathbb{Z}$ の $R_{(7)}$ による商集合 $\mathbb{Z}/R_{(7)}$ を外延的記法で表せ。

解答欄

2. 次に、 $n = 5$ として、 $\mathbb{Z}$ 上の 同値関係 $R_{(5)}$ を考える。以下の問いに解答せよ。

i. $R_{(5)}$ による $-7 \in \mathbb{Z}$ の 同値類 $[-7]$ に属し、かつ -7 以外の要素であるものを 3 つ記せ。

解答欄

ii. $\mathbb{Z}$ の $R_{(5)}$ による商集合 $\mathbb{Z}/R_{(5)}$ を外延的記法で表せ。

解答欄

学生証番号	氏名	提出日

¹法政大学 情報科学部, 2008 年度 秋 離散数学 (水曜日 1 時限目)