

(「2008年度 離散数学 講義資料 p.49 例題 5.54」の訂正)
 2008年度 離散数学 講義資料¹

例題 5.54

あるクラスの各生徒に関する国語の得点 x と数学の得点 y からなる順序対 $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ を調べると、以下の 9 通りであった。

$$\begin{aligned} a &= (100, 100), & b &= (90, 90), & c &= (80, 90), \\ d &= (90, 70), & e &= (60, 90), & f &= (80, 70), \\ g &= (90, 60), & h &= (60, 70), & i &= (80, 60). \end{aligned}$$

これらの順序対からなる有限集合を

$$X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$$

と定義する。そして、 X 上の関係 \leq を以下のように定義する。

任意の $(x, y), (x', y') \in X$ に対し、

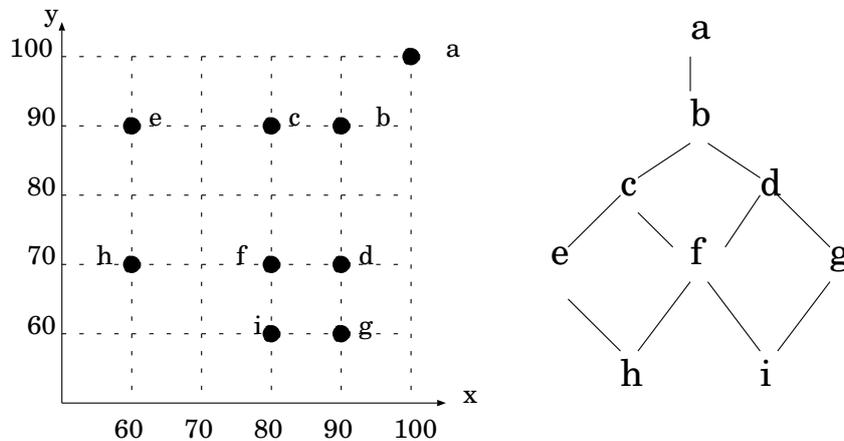
$$“(x, y) \leq (x', y’)” \Leftrightarrow “x \leq x’ \text{ かつ } y \leq y’”$$

と定義する。ただし、記号 “ \leq ” は通常の数的大小関係を表すものとする。このとき、関係 \leq は X 上の順序関係になり、 (X, \leq) は順序集合となる。

そこで、 X の部分集合 $Y = \{c, d, e, f, h\}$ と $Z = \{c, e, f\}$ を考える。このとき、以下の問いに解答せよ。

1. 順序集合 (X, \leq) のハッセ図を示せ。
2. 部分集合 Y と Z のそれぞれの最大元、最小元、極大元、極小元、上界、下界、上限、下限を示せ。

(解答) まず、各生徒の得点 (x, y) を xy 平面にプロットしてみる。これを参考に、ハッセ図を書くと以下ようになる。



	Y	Z
最大元	なし	c
最小元	h	なし
極大元	c, d	c
極小元	h	e, f
上界	a, b	a, b, c
下界	h	h
上限	b	c
下限	h	h

¹法政大学 情報科学部, 2008 年度 秋 離散数学 (水曜日 1 時限目)
 ©2007-2008 栗原正純, 電気通信大学情報通信工学科, kuri@ice.uec.ac.jp
 (46:/usr/home/kuri/doc/tex/dismath2008/ : 2008/12/16/10:23)
 参考 WEB ページ <http://www.code.ice.uec.ac.jp/class/>