

前回(2007/10/10)の講義で扱った主な内容(キーワード)

1.1 集合

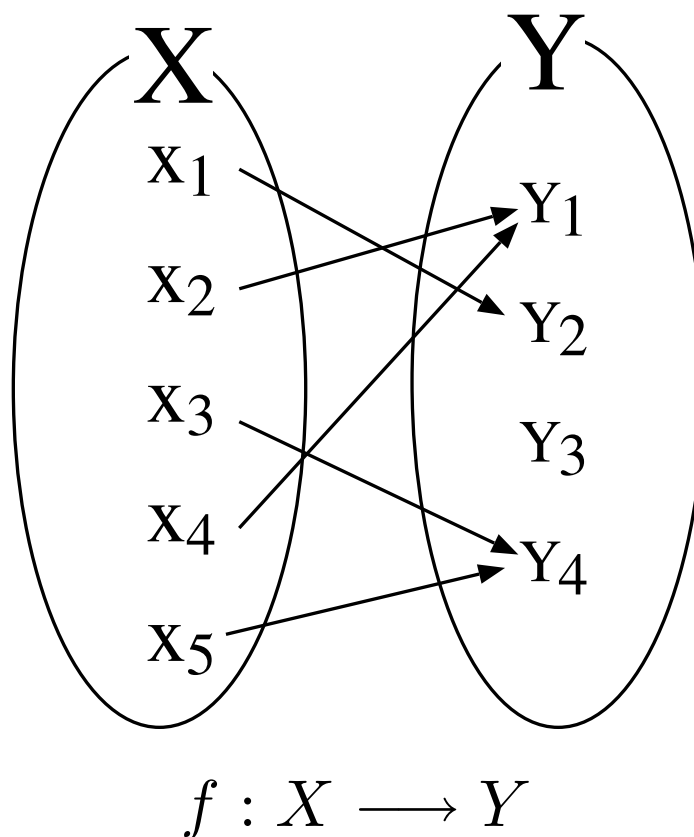
1. $|X \cup Y \cup Z| = |X| + |Y| + |Z| - |X \cap Y| - |X \cap Z| - |Y \cap Z| + |X \cap Y \cap Z|$
(証明には, $|X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y|$ を利用する.)

1.2 写像

1. 写像 : X から Y への写像 $f : X \longrightarrow Y$
2. 写像 f と g が等しい : $f = g$
3. 単射 :
4. 全射 :
5. 全単射 :
6. 逆写像 : Y から X への写像 $f^{-1} : Y \longrightarrow X$
7. 像 と 原像(逆像) :

1. 写像

X, Y を空でない集合とする。



(注意)

X のどの要素 x に対しても、その値 $f(x)$ が必ず、しかし、ただ 1 つ定義される。

2. 等号

写像 f と g を共に $f : X \longrightarrow Y$, $g : X \longrightarrow Y$ とする。

写像 f と g が等しいとは,

「任意の $x \in X$ に対し, $f(x) = g(x)$ 」

が成り立つこと。 f と g が等しいことを $f = g$ と表す。

3. 単射

写像 f が 単射, あるいは 1対1写像 である:

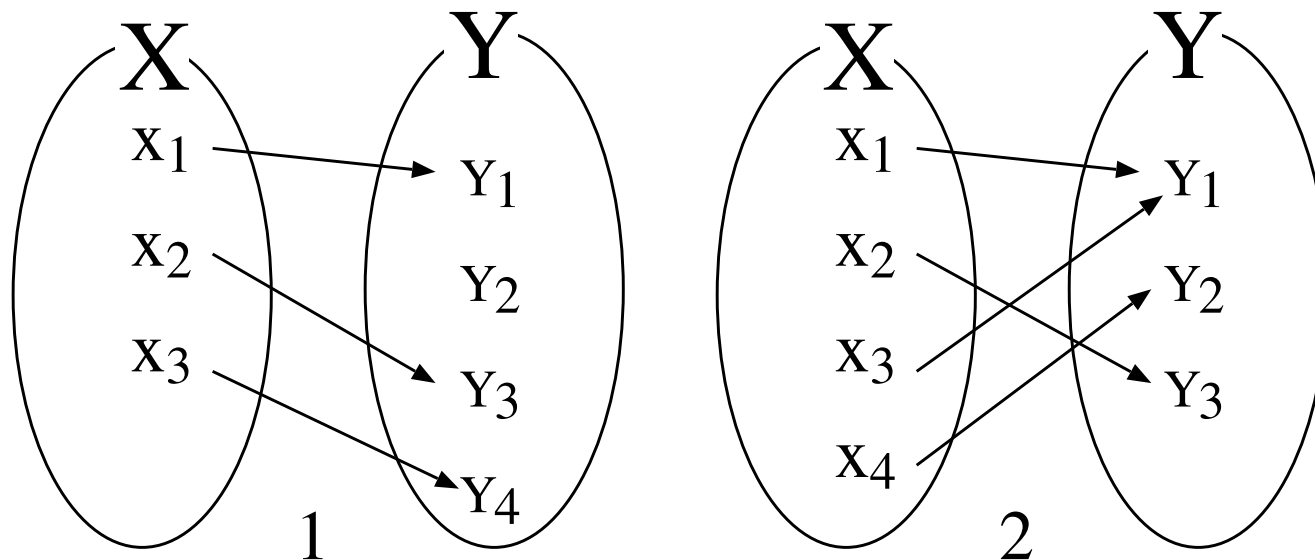
「 任意の $x, y \in X$ に対し, もし $x \neq y$ ならば $f(x) \neq f(y)$ 」

(あるいは, 「 $f(x) = f(y)$ ならば $x = y$ 」)

4. 全射

写像 f が 全射, あるいは X から Y の上への写像 である:

「 任意の $y \in Y$ に対し, $f(x) = y$ となるような $x \in X$ が存在する 」



5. 全単射

全射 かつ 単射 である写像を 全単射 という。

6. 逆写像 写像 f を **全単射** とする.

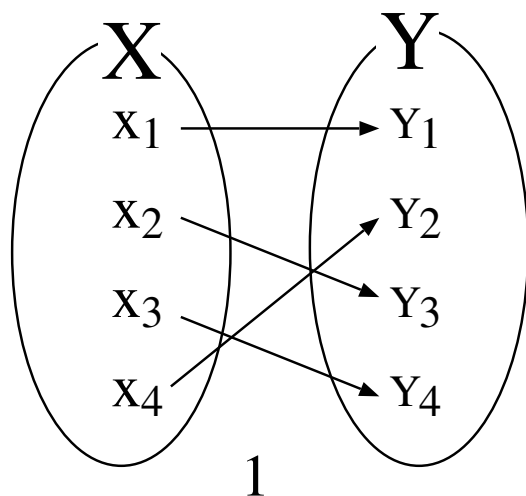
$$f : X \longrightarrow Y$$

$$f : x \longmapsto f(x) = y$$

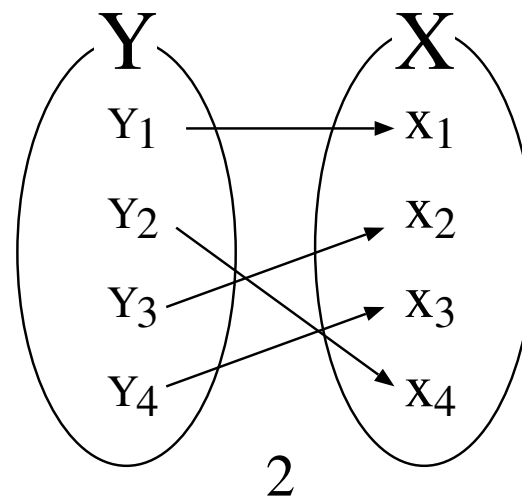
このとき, $y \in Y$ に $f(x) = y$ となる $x \in X$ を対応させる Y から X への写像を f の **逆写像** とよび, f^{-1} と表す. すなわち,

$$f^{-1} : Y \longrightarrow X$$

$$f^{-1} : y \longmapsto f^{-1}(y) = x$$



1. $f : X \longrightarrow Y,$



2. $f^{-1} : Y \longrightarrow X.$

7. 象 と 原像 (逆象)

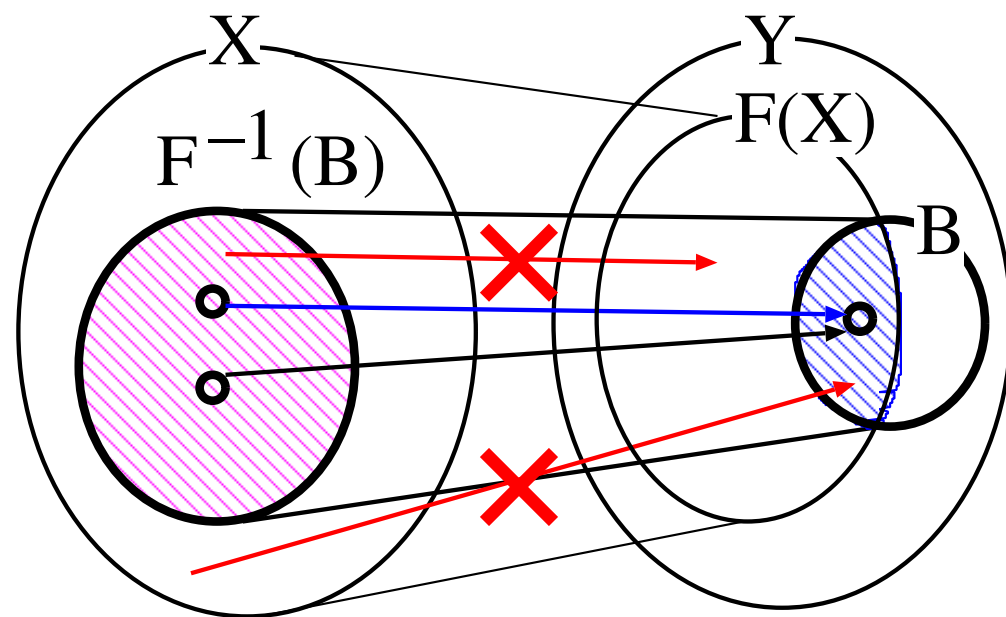
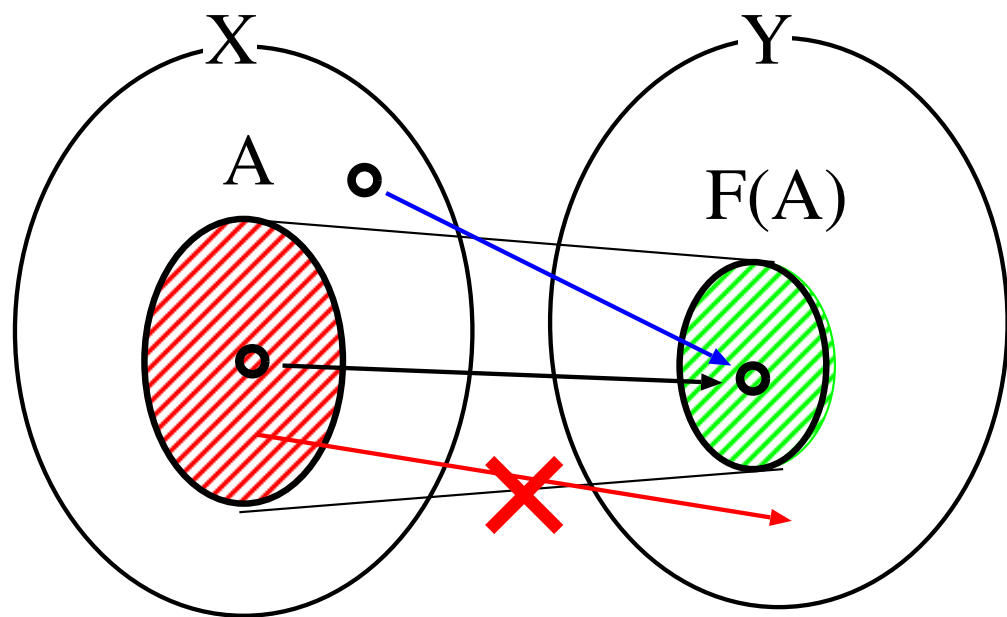
X, Y を空でない集合とし, f を写像 $f : X \longrightarrow Y$ とする。

1. X の部分集合 $A(\subseteq X)$ に対する A の f による 像:

$$f(A) = F(A) := \{f(x) \in Y \mid x \in A\}$$

2. Y の部分集合 $B(\subseteq Y)$ に対する B の f による 原像 (あるいは 逆像):

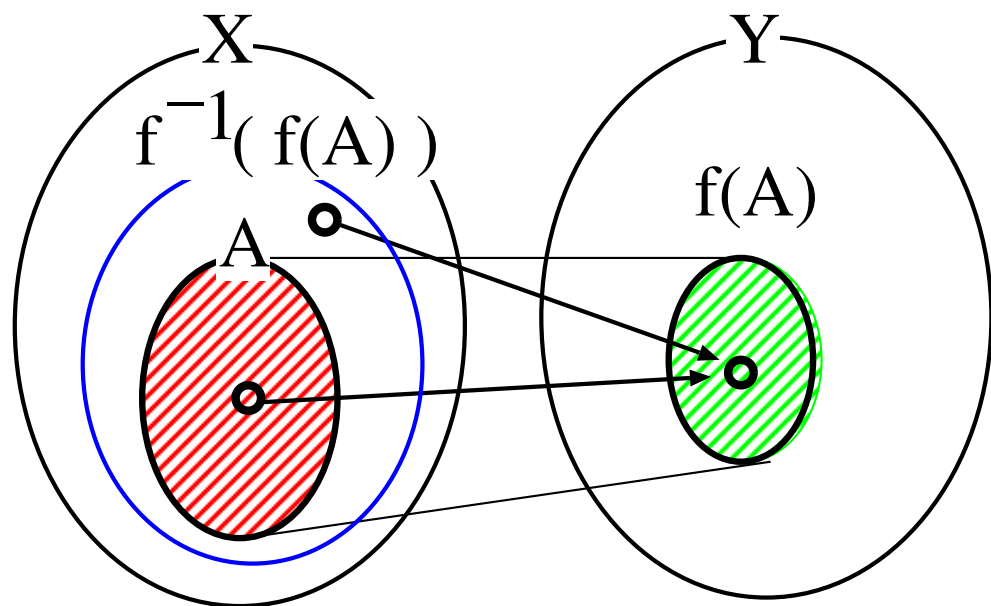
$$f^{-1}(B) = F^{-1}(B) := \{x \in X \mid f(x) \in B\}$$



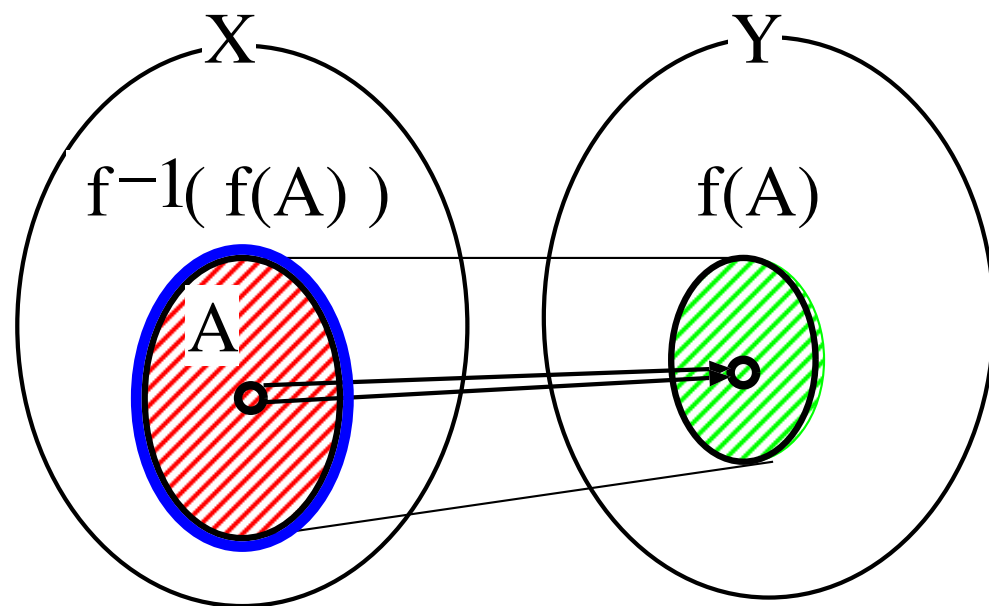
(注意)

1. F と F^{-1} は, f と f^{-1} とは異なる。
2. F は, X のベキ集合 2^X から Y のベキ集合 2^Y への対応.
3. F^{-1} は, Y のベキ集合 2^Y から X のベキ集合 2^X への対応.

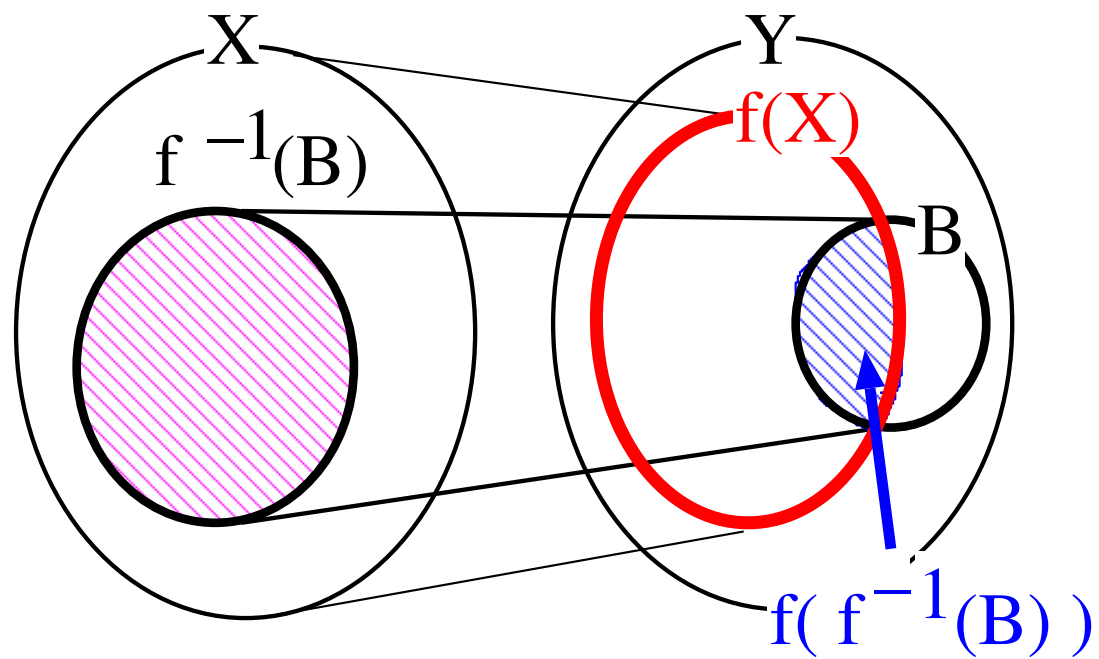
$$\underline{f^{-1}(f(A)) \supseteq A}$$



$$\underline{f \text{ が単射ならば } f^{-1}(f(A)) = A}$$



$$\underline{f(f^{-1}(B)) \subseteq B}$$



$$\underline{f \text{ が全射ならば } f(f^{-1}(B)) = B}$$

