

前回(2007/10/03)の講義で扱った主要内容(キーワード)

1. 集合の演算における法則: 交換律, 結合律, 分配律, ベキ等律, 吸収律
2. ド・モルガンの法則: $(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c$, $(X \cap Y)^c = X^c \cup Y^c$.
3. 一般的な和集合, 積(共通)集合 と 拡張されたド・モルガンの法則:
 - i) 集合 $X_1, X_2, \dots, X_n$ に対し, $\bigcup_{i=1}^n X_i, \bigcap_{i=1}^n X_i$,
 - ii) 集合族 $\mathcal{S}$ に対し, $\bigcup_{X \in \mathcal{S}} X, \bigcap_{X \in \mathcal{S}} X$.
4. 直積集合: $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$
有限集合 X, Y の $X \times Y$ の場合, $|X \times Y| = |X| \times |Y|$ (要素数)
5. ベキ集合: 集合 X のベキ集合 $2^X = \{Y \mid Y \subseteq X\}$.
有限集合 X の場合, $|2^X| = 2^{|X|}$ (要素数)
6. 包除原理: $|X \cup Y| = |X| + |Y| - |X \cap Y|$

前回の講義後に質問 (直積集合の定義の表記について)

1. 直積集合の定義 :

$$X_1 \times \cdots \times X_n := \{(x_1, \dots, x_n) \mid x_1 \in X_1, \dots, x_n \in X_n\}$$

2. 集合 $X = \{1, 2\}$, $Y = \{2, 3, 4\}$ に対する直積集合 $X \times Y$ は,

$$\begin{aligned} X \times Y &= \{(x_1, x_2) \mid x_1 \in X, x_2 \in Y\} \\ &= \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\} \\ &= \{(x, y) \mid x \in \{1, 2\}, y \in \{2, 3, 4\}\} \\ &= \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\} \end{aligned}$$

3. この場合, $|X \times Y| = |X| \times |Y| = 2 \times 3 = 6$.

4. 追記 : ベキ集合の定義の表記について

$$2^X = \{Y \mid Y \subseteq X\}.$$

レポート問題(2007/10/10)

X, Y を空でない集合とし、写像 f を $f : X \longrightarrow Y$ とする.

1. (定理1.44 の 5 関連)

A を X の任意の部分集合とするととき, 以下のことを示せ.

「 f が単射ならば, $f^{-1}(f(A)) = A$ が成り立つ.」

2. (定理1.45 の 5 関連)

B を Y の任意の部分集合とするととき, 以下が成り立つことを示せ.

「 f が全射ならば, $f(f^{-1}(B)) = B$ が成り立つ.」

(注意)

1. レポートの紙は、A4 サイズ.
2. 上部に、1. 学籍番号, 2. 氏名, 3. 提出日 を記載すること.
3. 提出日は、次回の講義日.