

「2007.10.3 木曜日」

1. $(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c$ を示せ.

①) 任意の $x \in (X \cup Y)^c$ に対し, $x \notin X \cup Y$ である。
 したがって, $x \notin X$ かつ $x \notin Y$ である。
 すなわち, $x \in X^c$ かつ $x \in Y^c$ 。
 ゆえに, $x \in X^c \cap Y^c$ より, $(X \cup Y)^c \subseteq X^c \cap Y^c$ 。

②) 任意の $x \in X^c \cap Y^c$ に対し, $x \in X^c$ かつ $x \in Y^c$ である。
 すなわち, $x \notin X$ かつ $x \notin Y$ 。
 ゆえに, $x \notin X \cup Y$ より, $x \in (X \cup Y)^c$ である。
 したがって, $(X \cup Y)^c \supseteq X^c \cap Y^c$ 。

以上より, $(X \cup Y)^c = X^c \cap Y^c$ は成り立つ。」

2. $X = \{a, b, c, d\}$ とするとき, べき集合 2^X とその要素数を示せ.

まず, 以下のビット列の表を作成し, それを元にして 2^X を示す。

	a	b	c	d
$\binom{4}{0} = 1$	0	0	0	0
$\binom{4}{1} = 4$	1	0	0	0
	0	1	0	0
	0	0	1	0
	0	0	0	1
$\binom{4}{2} = 6$	1	1	0	0
	1	0	1	0
	1	0	0	1
	0	1	1	0
$\binom{4}{3} = 4$	0	1	0	1
	0	0	1	1
	1	1	1	0
$\binom{4}{4} = 1$	1	1	1	1

$2^X = \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\} \}$

$|2^X| = 16$

③) 1. ビット列を 0 から 15 の数を表現するよう
 に並べることで, 書き間違いなどの
 ミスは少なくともなくなる。

2. $\binom{n}{k}$ は n 個の中から k 個を取り出す組合せ数を表す。