2011 年 電気通信大学 電気通信学部 情報通信工学科

情報通信工学実験 A・B

1. 情報通信 (情報・セキュリティ)

栗原正純 kuri @ ice.uec.ac.jp
電気通信大学大学院情報理工学研究科
〒 182-8585 **東京都調布市調布ヶ丘** 1-5-1
http://www.code.ice.uec.ac.jp/kuri/C3/

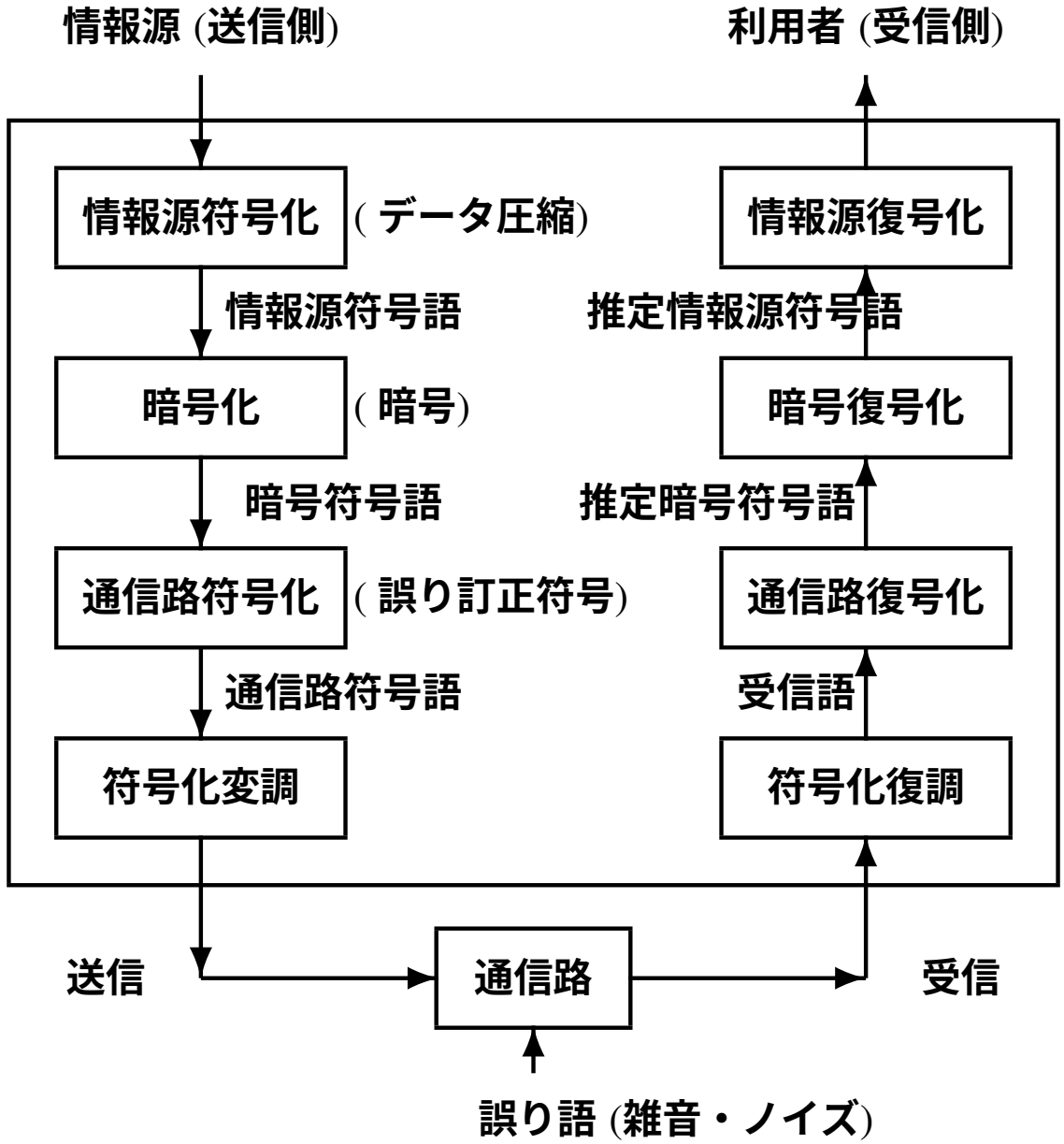
(ied × **1** : /doc/tex/jikken/2011/, time:2011/3/25/16:40)

情報通信工学実験 A・B
実験項目 1. **情報通信 — 情報・セキュリティ —**

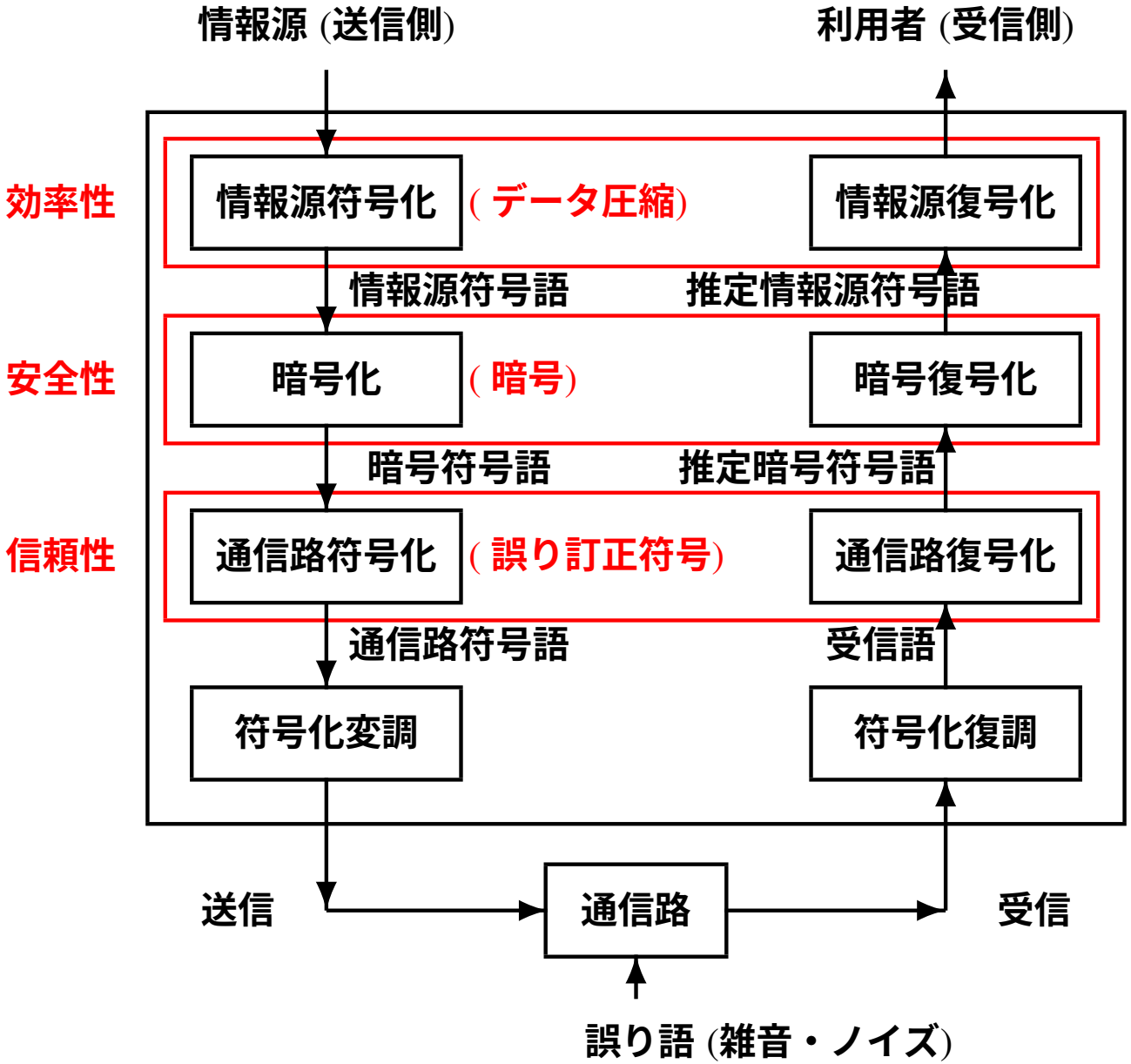
1. **「データ圧縮の理解と実装」**
   — ハフマン符号の理解と実装 (プログラミング) —
2. **「暗号化の理解と実装」**
   — RSA **暗号の理解と実装 (プログラミング) —**
3. **「誤り訂正符号の理解と実装」**
   — リード・ソロモン符号と最小距離復号の
   理解と実装 (プログラミング) —

キーワード：『符号化』

ディジタル通信システム



ディジタル通信システム



「暗号化の理解と実装」
— RSA 暗号の理解と実装 (プログラミング) —

目的
提出レポートの内容

1. **はじめに**
2. **暗号化**
   - 2.1 **暗号の具体例（シフト暗号）**
   - 2.2 **暗号化システムの形式的記述**
   - 2.3 **二つの暗号システム ⇒ 公開鍵暗号 と 秘密鍵暗号**
3. **数学的準備（整数の諸性質）**
4. RSA **暗号 ← (公開鍵暗号)**
5. **課題**
6. **プログラミング**

目的（課題）

1. **暗号の一つである** RSA **暗号 の具体的な 暗号化 と 復号化 の方法について理解する．**
2. **次に，**RSA **暗号の暗号化と復号化のプログラムを作成し，計算機上で実装する．**

提出レポートの内容

1. 「RSA 暗号」をキーワードにして「暗号」と「認証」について調べたことを１ページ以内（A4 サイズ）に簡潔にまとめ，記述する．
2. プログラミングで工夫した点を記述する．
3. 印刷したプログラムのソースをレポートに添付する．
4. 参考文献 を明記する．
   自分のアイデアと他人のアイデアを明確に区別すること．
5. 紙のレポートとは別に、ソースプログラムをメイルにて担当教員宛に送る．

   kuri@ice.uec.ac.jp

   その際，そのファイルのコンパイル方法，実行方法を明記する。
   1. Subject: 3jikken(name)
   2. 「氏名」と「学籍番号」を書くこと．

1. はじめに

テキストの目的：

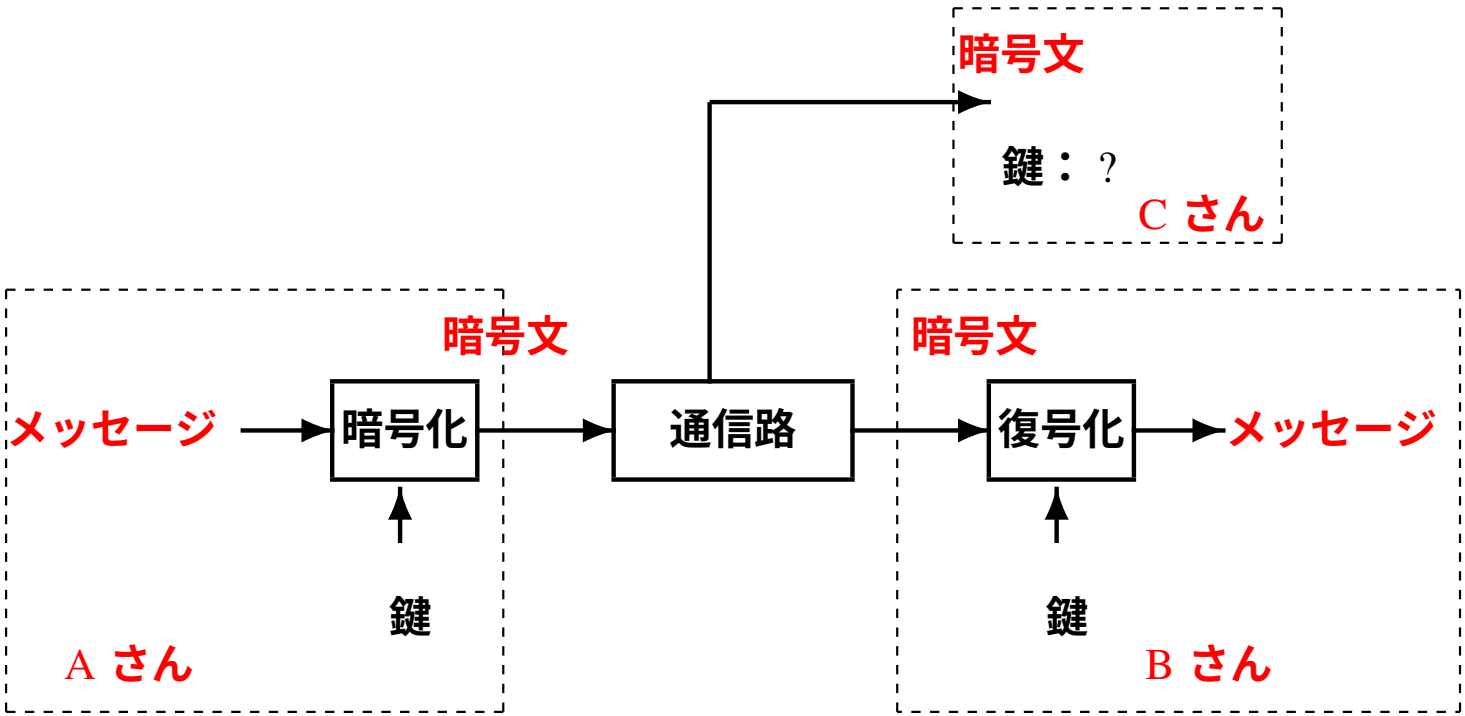
本実験課題で扱う RSA **暗号とよばれる暗号化アルゴリズムの説明、**
および、その実装のための諸注意などを説明することにある。

R.L.Rivest, A. Shamir and L. Adleman,
“A Method for Obtaining Digital Signatures and Publick-Key Cryptosystems,”
Communications of the ACM, 21(1978), pp.120–126, 1978.

一般的な暗号については、
暗号に関連する講義や暗号の専門書にゆずる。

2. 暗号化

A さん から B さん へ伝えたい メッセージ を 第三者の C さん に見られても分からないように, メッセージ を 暗号化することを考える。



定義 (シフト暗号)

メッセージ および メッセージを暗号化した 暗号文 はいずれも *26* 文字のアルファベット *:*

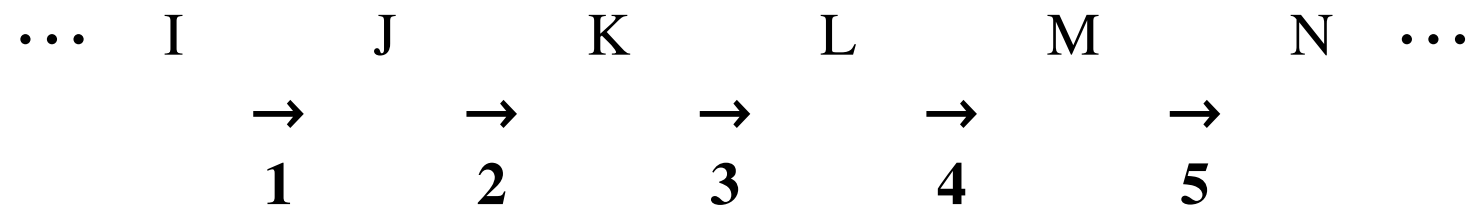
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z

により構成されているものとする。

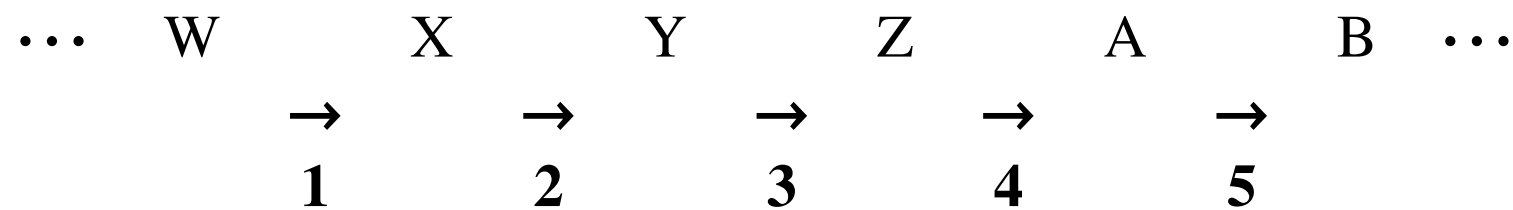
1. **暗号化** *(* **鍵** k *):* **メッセージ** $\to$ **暗号文**
   辞書順に従って 右へ k **だけ** *(***循環***)* **シフト させる変換**
2. **復元** *(***復号化***)(***鍵** k *):* **暗号文** $\to$ **もとのメッセージ**
   辞書順に従って 左へ k **だけ** *(***循環***)* **シフト させる変換**

「シフト」の例 (鍵の値を $k = 5$ とする)

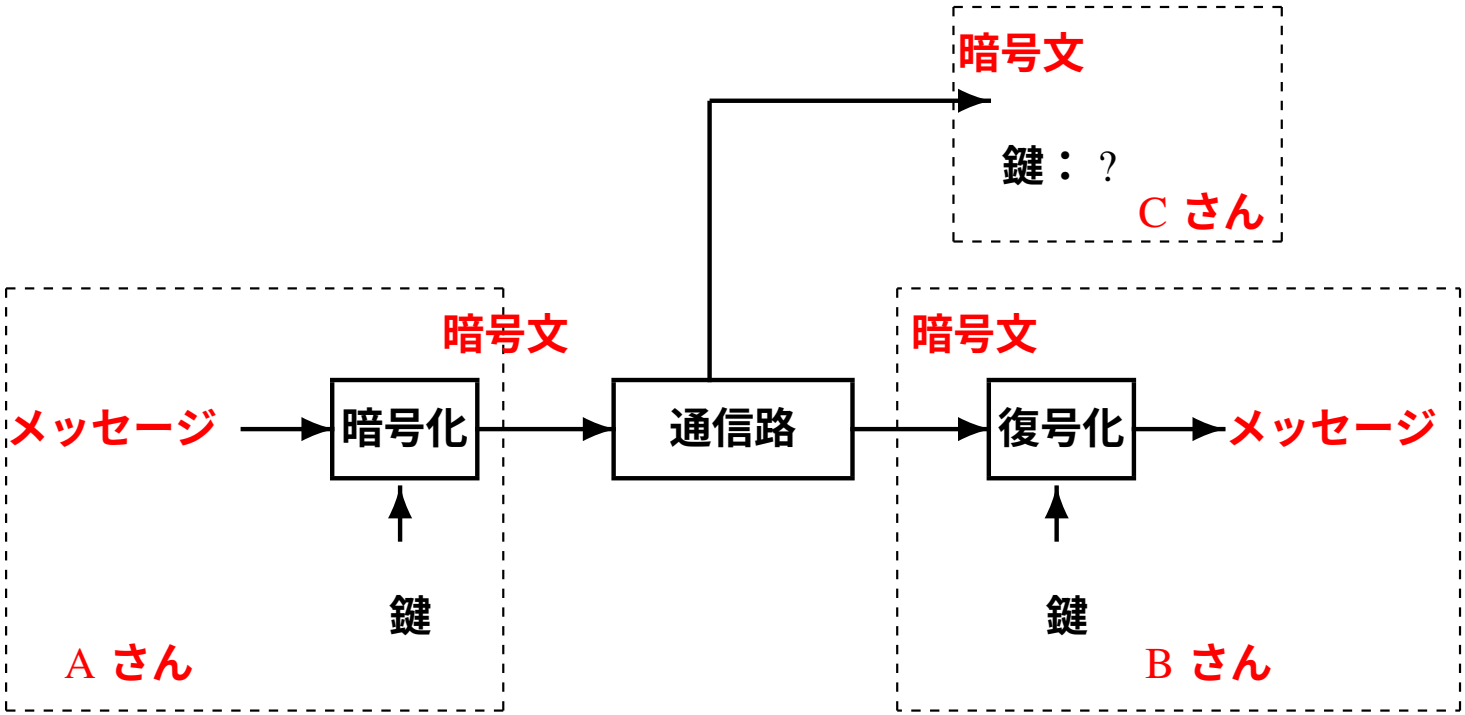
1. “ I ” **を 右へ 5 だけシフト変換すると** “ N ”



2. “ W ” **を 右へ 5 だけ (循環) シフト変換すると** “ B ”



暗号システムの概念図



A さん から B さん へ暗号文を送信する前に、鍵情報 k を 共有しておく必要がある。

しかも、鍵情報は、第三者の C さん には知られていないものとする。

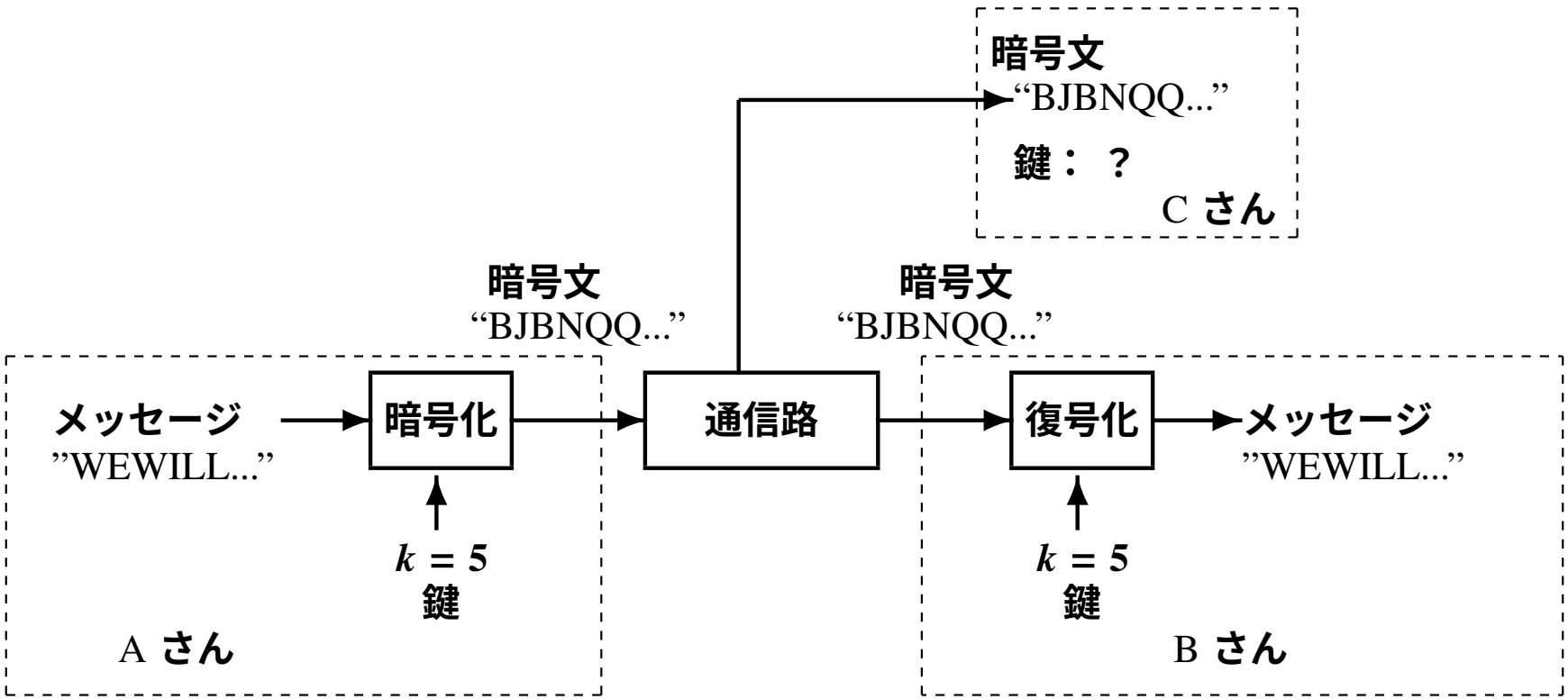
例えば、鍵 を $k = 5$ として、A さんが B さんに伝えたいメッセージ

WEWILLMEETATCHOFUSTATION

を暗号化するとその暗号文は、

BJBNQQRJJYFYHMTKZXYFYNTS

となる。 これを B さんに送信すればよい。



「文字」から「整数」へ

すなわち、

「シフト処理」から「算術演算処理」へ

を考える。そこで、

「ASCHII**」**

を復習しよう。

大文字 “ A ” の 2 進数表現、10 進数表現

ASCHII の表より、

上位 : 4 ⇔ 0100

下位 : 1 ⇔ 0001

これより、

A ⇔ **01000001 ⇔ 65**

なぜなら、

$01000001 \Leftrightarrow 2^6 + 2^0 = 64 + 1 = 65$

「文字」 ⇒ 「整数」

$$\{\mathrm{A,B,\ldots,Z}\} \Leftrightarrow \mathbf{Z_{26} := \{65, 66, \ldots, 90\}}$$

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
65	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
78	**79**	**80**	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**

「シフト処理」 ⇒ 「算術演算処理」

1. “ I ” **を 右へ 5 だけシフト変換すると** “ N ”

・・・	I	J	K	L	M	N	・・・
	73					**78**	

73 + 5 = 78

2. “ W ” **を 右へ 5 だけ (循環) シフト変換すると** “ B ”

・・・	W	X	Y	Z	A	B	・・・
	87					**66**	

$$87 + 5 = 92,$$

$$92 \equiv 66 \pmod{26}.$$

(「文字」から「整数」へ)

メッセージ :

WEWILLMEETATCHOFUSTATION

を ASCHII に従って整数に変換すると

87 69 87 73 76 76 77 69 69 84 65 84 67 72 79 70 85 83 84 65 84 73 79 78

となる。

鍵 $k = 5$ の場合、その暗号文は、

66 74 66 78 81 81 82 74 74 89 70 89 72 77 84 75 90 88 89 70 89 78 84 83

となる。

注意 : 各文字を数字で表現した場合に「区切り文字」として、
空白を挿入していることに注意する。
区切り文字がないと次のようになってしまう。

8769877376767769698465846772797085838465847379 78

6674667881818274748970897277847590888970897884 83

2.3 二つの暗号システム

暗号システムを

「秘密鍵暗号システム」
(または、「共通鍵暗号システム」ともよぶ)

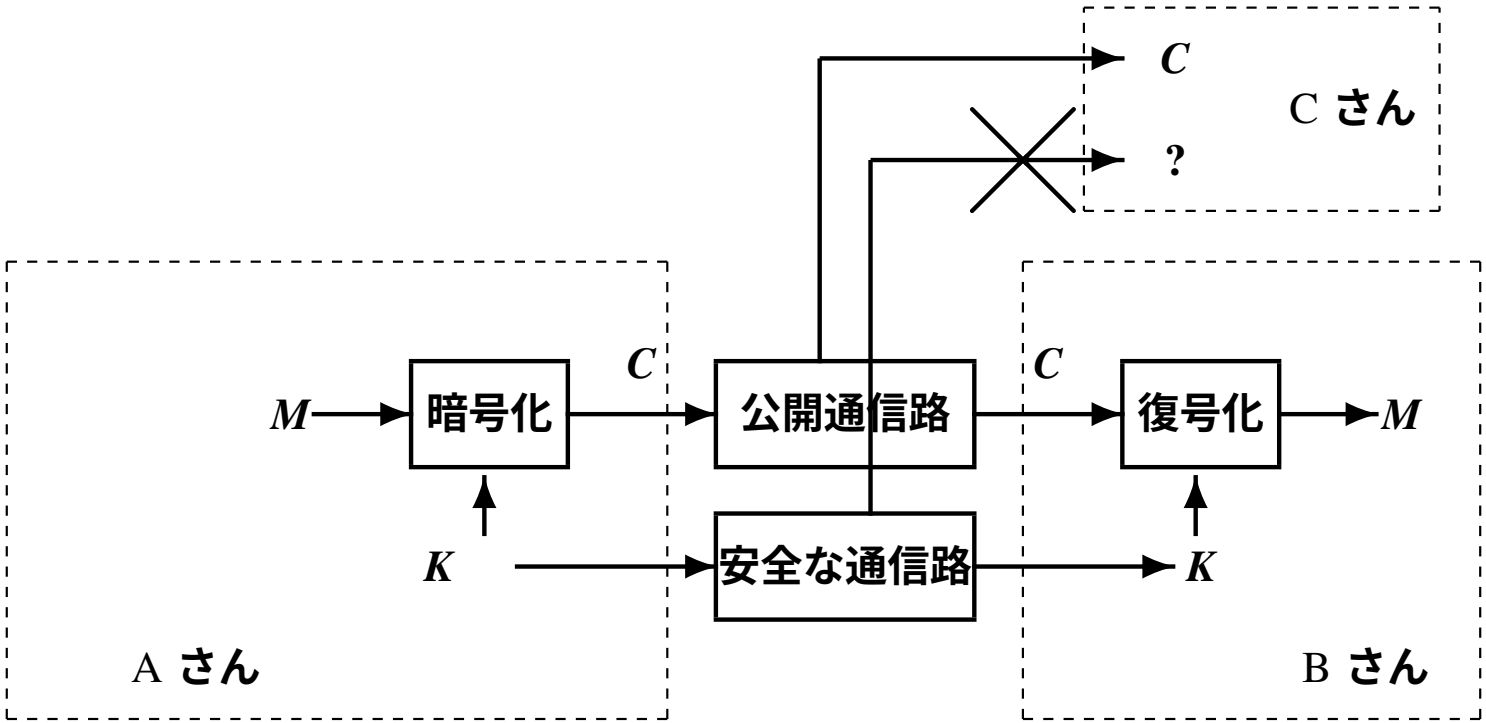
と

「公開鍵暗号システム」

の 2 種類に分類する。

2.3.1 秘密鍵暗号システム (共通鍵暗号システム)

1. **暗号化鍵 K を第三者には秘密にする**

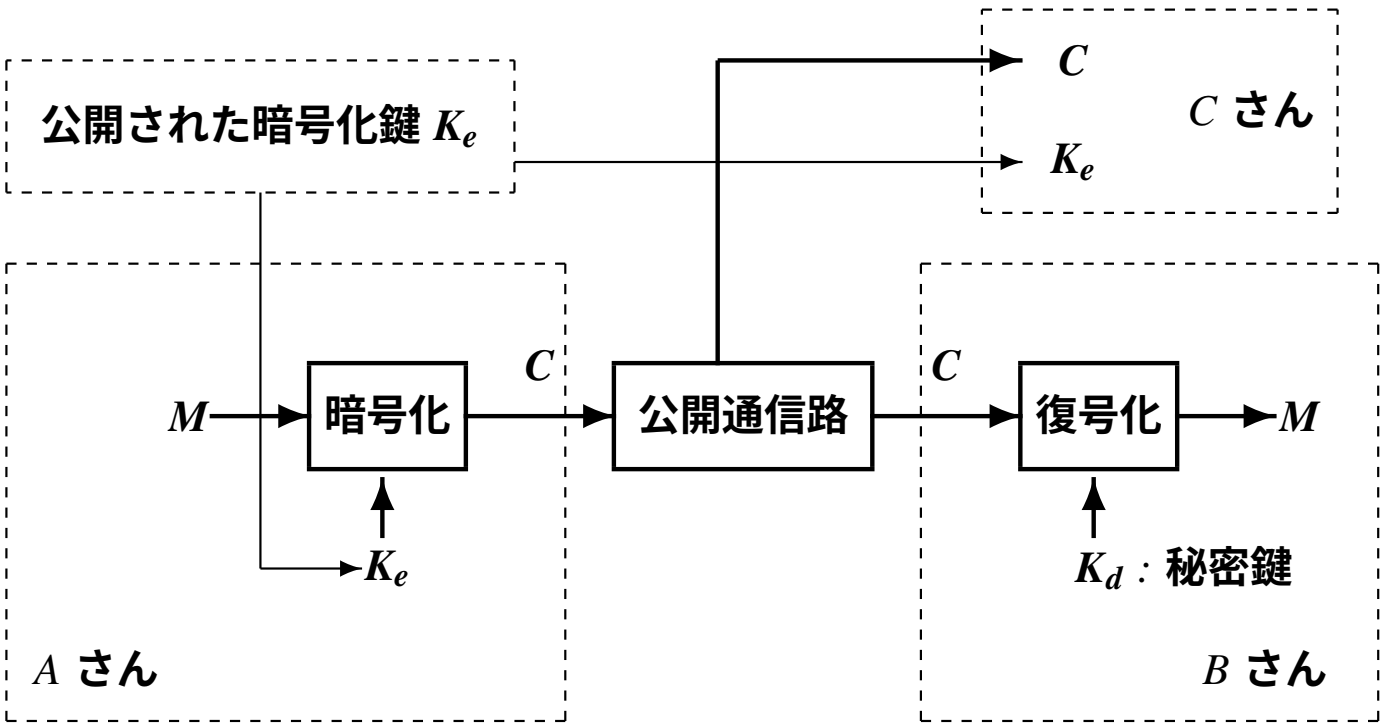


秘密鍵暗号システムの問題点

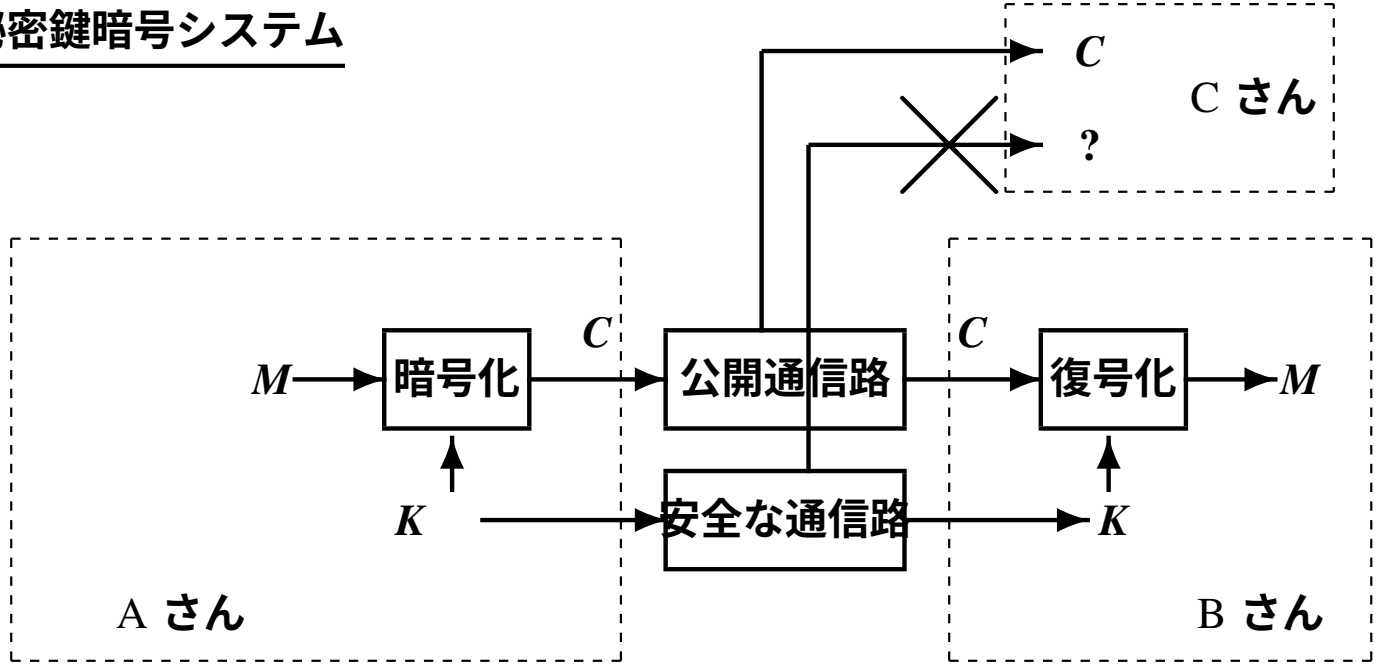
第三者には知られないように暗号化鍵 K を 共有 する必要がある.
すなわち、安全な通信路を利用して送信する必要がある

2.3.2 公開鍵暗号システム

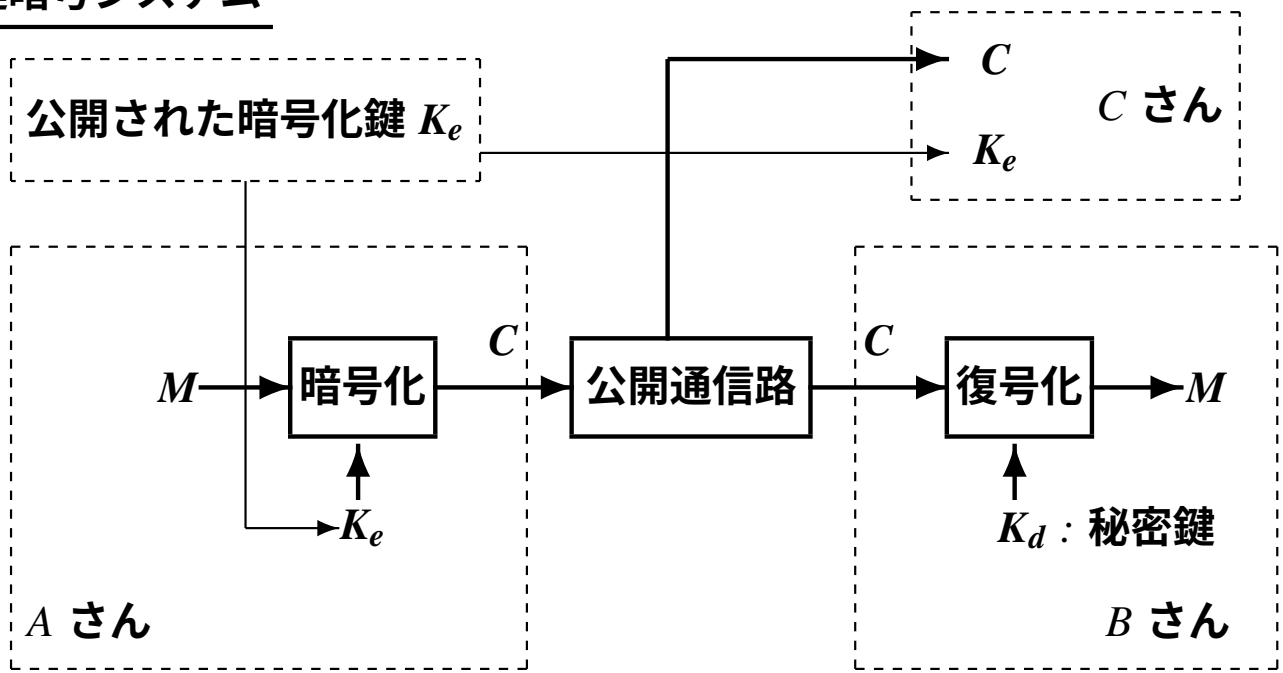
1. **暗号化鍵 K を第三者にも 公開する ことができる**
2. **ゆえに、安全な通信路を利用して通信する必要がない**
3. **公開された暗号化鍵 K_e とは異なる秘密鍵 (復号化鍵) K_d により暗号文を復号化することができる**
4. **RSA 暗号 は、公開鍵暗号システムの一種である**



秘密鍵暗号システム



公開鍵暗号システム



○秘密鍵暗号システム と 公開鍵暗号システムの 違い

1. 秘密鍵暗号システム：「暗号化鍵 K_e」 ＝ 「復号化鍵 K_d」
   その結果、鍵 $K_e = K_d$ を第三者に分からないように通信し、**共有する必要がある**

2. 公開鍵暗号システム：「暗号化鍵 K_e」 ≠ 「復号化鍵 K_d」
   その結果、暗号化鍵を**共有する必要はない**

○誰が鍵を作成するのか？

1. 秘密鍵暗号システム：
   送信者 (A さん)、または受信者 (B さん) のどちらか一方が鍵を作成する。そして、鍵の情報が第三者に分からないように、相手に鍵を渡す。

2. 公開鍵暗号システム：
   受信者 (B さん) が、公開鍵と秘密鍵の両方を作成する。
   そして、公開鍵を公開する一方、秘密鍵は秘密に保管する。

暗号化鍵 (公開鍵) と復号化鍵 (秘密鍵) を作成するために、いくつかの整数を選択し、計算をする。

1. **任意の互いに異なる素数 p と q を選び、その積 $p \times q$ を計算する。**

$$n := p \times q$$

2. **$(p-1)$ と $(q-1)$ の最小公倍数** (least common multiple) **L を計算し、L と互いに素で L より小さな任意の整数 e を選ぶ。**

$$L := \mathrm{lcm}(p-1, q-1)$$

$$e \text{ such that } \gcd(e, L) = 1 \text{ and } 1 < e < L$$

ここで、$\gcd(e, L)$ は、e と L の最大公約数 (greatest common divisor) **を表す**.

3. **次式を満たす整数 d_e を計算する。** (**拡張** Euclid **法を利用する**)

$$d_e \text{ such that } e \times d_e \equiv 1 \pmod{L}$$

1. **暗号化鍵 (公開鍵)**: (e, n)
2. **復号化鍵 (秘密鍵)**: (d_e, n)
3. **秘密にする情報**: p, q, d_e

1. Select (p, q)
2. $n := p \times q$
3. $L := \text{lcm}(p - 1, q - 1)$
4. e such that $\gcd(e, L) = 1$ and $1 < e < L$
5. d_e such that $e \times d_e \equiv 1 \pmod{L}$

たとえば、

1. $(p, q) = (17, 19)$
2. $n = p \times q = 17 \times 19 = 323$
3. $L = \text{lcm}(17 - 1, 19 - 1) = \text{lcm}(16, 18) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 144$
4. $e = 5$ such that $\gcd(e, 144) = 1$ and $1 < e < 144$
   $e \in \{5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, \ldots, 139, 143\}$
5. $d_e = 29$ such that $5 \times d_e \equiv 1 \pmod{144}$

暗号化と復号化について

メッセージも暗号文も 「文字」から「整数」に変換されているものとする。

1. **暗号化**:

   公開鍵 (e, n) を用いて メッセージ (整数) M を暗号化する.

   $$C \equiv M^e \pmod{n}$$

   C が M の暗号文になる。ただし、$0 \leq C \leq n-1$ とする。

2. **復号化**:

   復号化鍵 (d_e, n) を用いて 暗号文 (整数) C を復号する.

   $$\widehat{M} \equiv C^{d_e} \pmod{n}$$

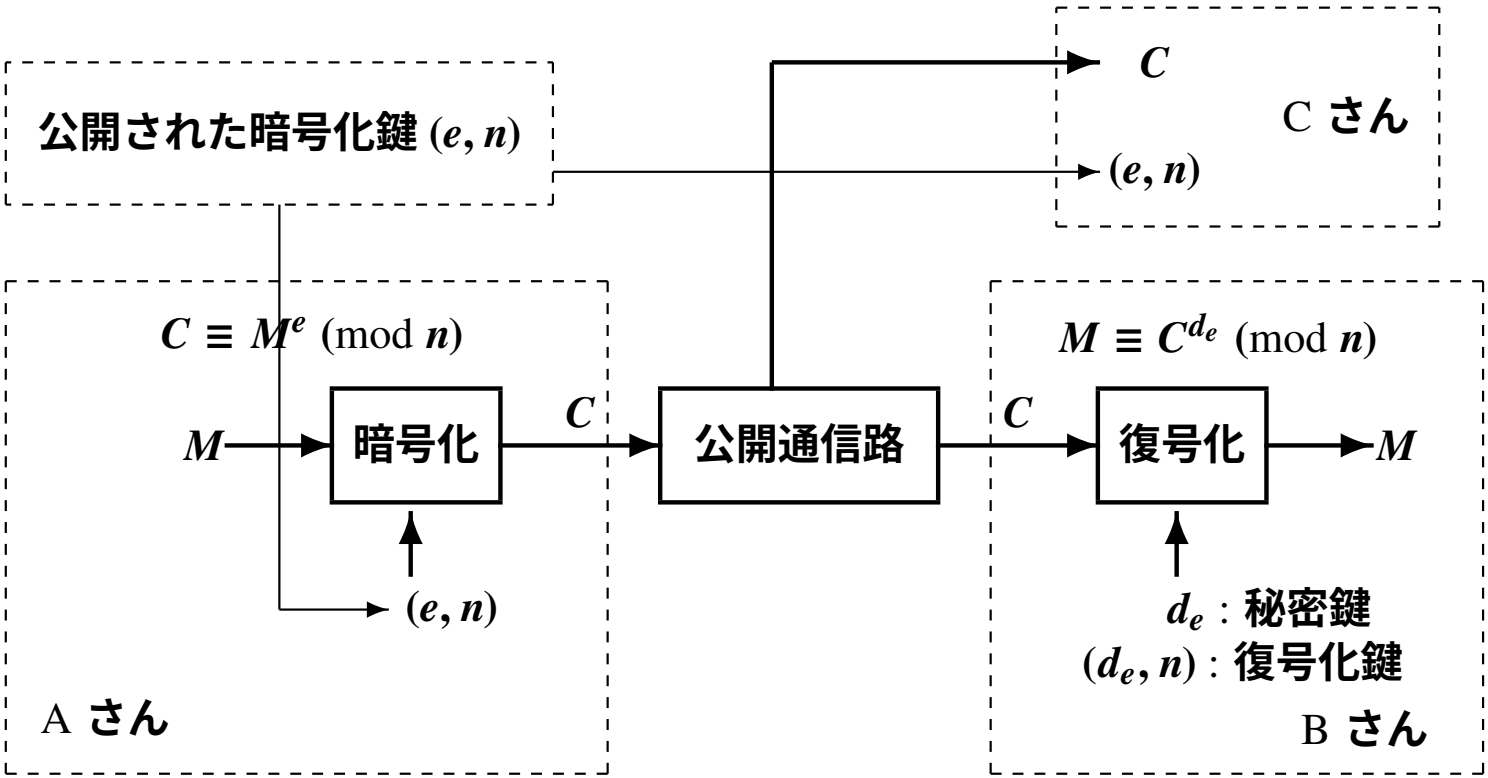
   $\widehat{M}$ が C を復号したメッセージになる。ただし、$0 \leq \widehat{M} \leq n-1$ とする。

3. 復号したのであるから $\widehat{M} = M$ であって欲しい。

   実際に、次式が成り立つ事より、 $\widehat{M} = M$ が保証される。

   $$\widehat{M} \equiv C^{d_e} = (M^e)^{d_e} = M^{e \times d_e} \equiv M \pmod{n}$$

RSA 暗号を用いた公開鍵暗号システム



26 文字のアルファベットで記述されたメッセージ (ひら文) を RSA 暗号で暗号化することを考える。

1. 二つの素数 p, q を、$n = pq \geq 26$ を満たす $(p, q) = (17, 19)$ とする
   $\Rightarrow \quad n = 17 \times 19 = 323$
2. $(p - 1)$ と $(q - 1)$ の最小公倍数 L を計算する $\Rightarrow \quad L = 144$
3. $1 < e < 144 = L$ を満たし、L と互いに素な整数 e を求める
   $\Rightarrow \quad e = 5$
4. 秘密鍵 d_e を計算する $\Rightarrow \quad d_e = 29$

以上より、

1. 公開鍵（暗号化鍵）：$K = (e, n) = (5, 323)$
2. 秘密鍵：$d_e = 29$
3. 復号化鍵：$(d_e, n) = (29, 323)$

文字 “ C ” ⇔　数字 “67” ： これを 暗号化/復号化 してみよう。

1. **メッセージ** $M = 67$,
2. **暗号化**: $K = (e, n) = (5, 323)$
   $C \equiv M^e = (67)^5 \equiv 288 \pmod{323}$
3. **復号化**: $(d_e, n) = (29, 323)$.
   復号化： $\widehat{M} \equiv C^{d_e} = (288)^{29} \equiv 67 \pmod{323}$

上記の計算は、電卓でもできる:

1) $(67)^2 = 67 \times 67 = 4489 \equiv 290 \pmod{323}$,
2) $(67)^3 \equiv 290 \times 67 = 19430 \equiv 50 \pmod{323}$,
3) $(67)^4 \equiv 50 \times 67 = 3350 \equiv 120 \pmod{323}$,
4) $(67)^5 \equiv 120 \times 67 = 8040 \equiv 288 \pmod{323}$.

各結果は、0 から $322 \times 322 = 103684$ の間の数字であることに注意

数式処理システム Mathematica(マセマティカ) による計算例

```
IED: hostname
ied1
IED: math
Mathematica 5.2 for Sun Solaris (UltraSPARC)
Copyright 1988-2005 Wolfram Research, Inc.
-- Terminal graphics initialized --

In[1]:= (67)^(5)
Out[1]= 1350125107
In[2]:= Mod[(67)^(5), 323]
Out[2]= 288
In[3]:= (288)^(29)
Out[3]=
210078759859150987224561197336654397674351288252695054617776181894709
> 248
In[4]:= Mod[(288)^(29), 323]
Out[4]= 67
In[5]:= Quit
IED:
```

○暗号化: 暗号化鍵 $(e, n) = (5, 323)$ を用いてメッセージ :

WEWILLMEETATCHOFUSTATION

を暗号化しよう.
まず, 各文字を ASCHII **に従って整数に変換:**

87 69 87 73 76 76 77 69 69 84 65 84 67 72 79 70 85 83 84 65 84 73 79 78

暗号化鍵 $(e, n) = (5, 323)$ を用いて暗号化すると、
暗号文は以下ように計算される:

83 103 83 99 247 247 229 103 103 50 12 50 288 21 129 185 187 87 50 12 50 99 129 108

○復号化: 秘密鍵を含む復号化鍵 $(d_e, n) = (29, 323)$ を用いて暗号文 (各数字) を復号すればよい.

注意 : 暗号文に区切り記号の空白がないと...

8310383992472472291031035012502882112918518787501250991291 08

5. 課題

RSA 暗号の理解と実装に関連する実験テーマとして以下の 5 個の課題を必修とする。

1. RSA 暗号の暗号化および復号化のプログラムを作成し、実装せよ。
   具体的には, 以下のような暗号化および復号化の仕様を満たすこと。

   暗号化:

入力	： 暗号化鍵 (e, n) とメッセージ (ひら文) のファイル.
出力	： 暗号化されたファイル.

   復号化:

入力	： 復号化鍵 (d_e, n) と 暗号化されたファイル.
出力	： 元のメッセージ (ひら文) のファイル.

   このとき、メッセージ (ひら文) のファイル と 暗号化されたファイルのサイズを比較せよ。

課題 1 の RSA 暗号の暗号化・復号化プログラムを作成した後に、以下の課題 2 ~ 5 を行なうことが望ましい.

2. **1 から 10000 までの間に存在する 素数 をすべて求めるプログラムを作成し、実装せよ。**
3. **異なる素数 p と q に対し、$p-1$ と $q-1$ の最小公倍数 $L = \mathrm{lcm}(p-1, q-1)$ を求めるプログラムを作成し、実装せよ。**
4. **整数 L に対し、$\gcd(e, L) = 1$ かつ $1 < e < L$ を満たす正整数 e を求めるプログラムを作成し、実装せよ。**
5. **整数 L と e に対し、$ed \equiv 1 \pmod{L}$ を満たす正整数 d を求めるプログラムを作成し、実装せよ。**

6. プログラミング

6.1 プログラミングの準備

6.2 参考プログラム　http://www.code.ice.uec.ac.jp/kuri/C3

1. RSA 暗号の暗号化（符号化）と復号化プログラム（rsa.c）
2. ファイルをコピーするプログラム (fcopy.c)
3. ファイルデータの表示プログラム (fdisp.c)
4. 文字の変換プログラム (fchg.c)
5. 拡張 Euclid 法のプログラム (euclid2.c)
6. シフト暗号の暗号化・復号化プログラム (shift.c)

C 言語のプログラミングについて

1. 下記の WEB に「C 言語入門プログラムソース」という資料を置いてあります。
   http://www.code.ice.uec.ac.jp/kuri/C3/indexprog.html
2. 初めて C 言語を扱う者は、上記 WEB の資料を参考に、
   実際に動作するプログラムを作成することで、
   C 言語の初歩を学習して下さい。
3. また、参考書籍: 椋田實 (むくだみのる) 著「はじめての C」を
   IED 計算機室後方の本棚に用意してあります。
   この参考書は、本実験課題用にリクエストして購入設置したものです。