

偽コイン問題

栗原正純

UEC Tokyo

電気通信大学 電気通信学部 情報通信工学科

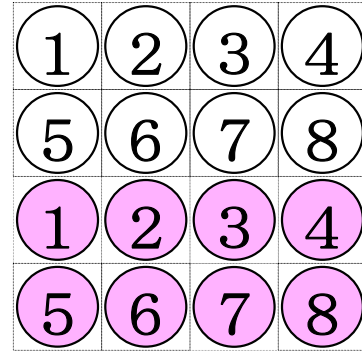
2009/4/15

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

1

番号を付けた紅白のボールがそれぞれ8個ずつ、計16個のボールがあります。



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

2

クイズ(ボール当て)

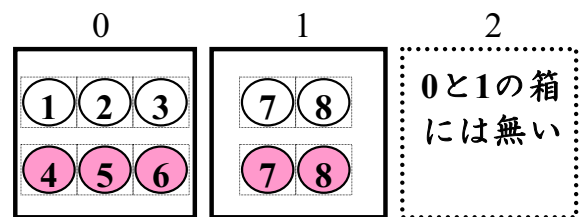
- 16個のボールの中から心の中で一つ選んで下さい。ボールの番号と色をメモして下さい。
- 次に示す3枚のカードI、II、IIIに書かれた質問に、「0, 1, 2」のいずれか1つの数字で回答して下さい。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

3

カード I



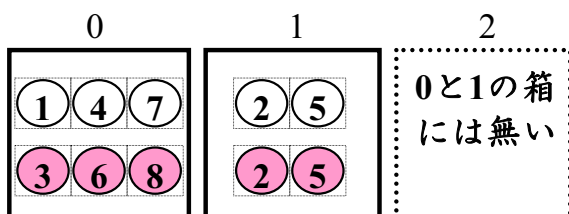
選んだボールが入っている箱の番号 0 or 1 を回答して下さい。もし、選んだボールが箱の中になければ、2 と回答して下さい。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

4

カード II

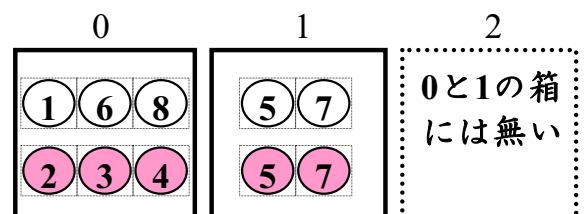


2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

5

カード III



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

6

あなたの選んだボールは、
次のコード表により、分かります。
回答の結果を以下の表に記入して下さい。

カード	I	II	III
回答			

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

7

ボールのコード (White, Red) (紅白のボール8個ずつの場合)

カード	I	II	III	カード	I	II	III
1W	0	0	0	1R	2	2	2
2W	0	1	2	2R	2	1	0
3W	0	2	2	3R	2	0	0
4W	2	0	2	4R	0	2	0
5W	2	1	1	5R	0	1	1
6W	2	2	0	6R	0	0	2
7W	1	0	1	7R	1	2	1
8W	1	2	0	8R	1	0	2

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

8

問題の解き方(使い方)

- 例えば、相手が、赤(Red)の3番ボールを選んだとします。
- このとき、各カード I, II, III の回答は、順に、(2,0,0)となる。
- 次に、コード表から(200)に対応するボールコードを探すと、「3R」が見つかる。これは、赤の3番ボールであることを教えてくれている。
- 3枚のカードの質問で、正しく判定できた。
- **ただし、各カードの回答は0,1,2の3通りあることに注意する。**

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

9

いかがでしたか？

当たっていると思いますが。

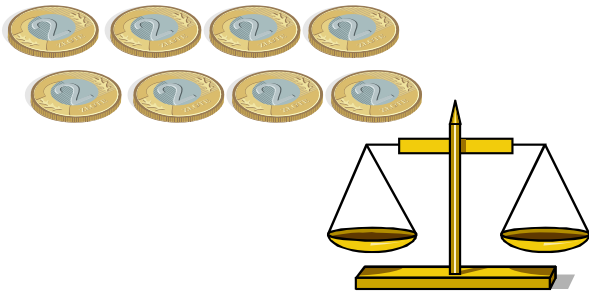
- さて、次は、偽コイン問題というクイズを紹介します。
- いろいろな問題設定がありますが、ここではその中から2種類を紹介します。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

10

8枚のコインと天秤があります。
ただし、コインは、偽コイン1枚と本物のコイン7枚の計8枚です。



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

11

クイズ(偽コイン問題)

- 天秤を利用して、8枚の中から偽コイン1枚を見つけ出して下さい。
- 問題は2種類あります。
- その1: 偽コインの重さが本物より軽いのか重いのかのどちらかが分かっている場合の問題。
- その2: 偽コインの重さが本物とは異なることは分かっているが、重いのか軽いのかは分からない場合の問題。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

12

問題設定1

- 偽造コイン(偽コイン)が1枚含まれている。
- 偽コインの重さは、本物のコインより重いことが分かっている。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

13

問題1

- 偽コインが1枚と本物のコイン7枚の計8枚があります。
- 偽コインも本物のコインも外見はまったく同じで、区別が付きませんが、偽コインの重さは本物よりも重いことが分かっています。
- いま、正確に測れる天秤を利用することのみが許されています。
- このとき、天秤(てんびん)を数回利用して、偽コインを見つけ出して下さい。
- **問題のポイントは、できるだけ少ない天秤の利用回数で、偽コインを見つけ出すことにあります。**

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

14

問題設定2

- 偽造コイン(偽コイン)が1枚含まれている。
- 偽コインの重さが、本物のコインより重いのか軽いかが分かっている。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

15

問題2

- 偽コインが1枚と本物のコイン7枚の計8枚があります。
- 偽コインも本物のコインも外見はまったく同じで、区別が付きませんが、重さだけが異なることが分かっています。
- いま、正確に測れる天秤を利用することのみが許されています。
- このとき、天秤(てんびん)を数回利用して、偽コインを見つけ出して下さい。
- さらに、偽コインが本物のコインより重いのか軽いのかも判定して下さい。
- **問題のポイントは、できるだけ少ない天秤の利用回数で、偽コインを見つけ出し、その重さを判定することにあります。**

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

16

8枚のコインに番号を付ける (偽コイン1枚と本物コイン7枚の計8枚)



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

17

コインのコード(8枚の場合) (Light, Heavy)

ステージ	I	II	III	ステージ	I	II	III
1L	0	0	0	1H	2	2	2
2L	0	1	2	2H	2	1	0
3L	0	2	2	3H	2	0	0
4L	2	0	2	4H	0	2	0
5L	2	1	1	5H	0	1	1
6L	2	2	0	6H	0	0	2
7L	1	0	1	7H	1	2	1
8L	1	2	0	8H	1	0	2

2009/5/1

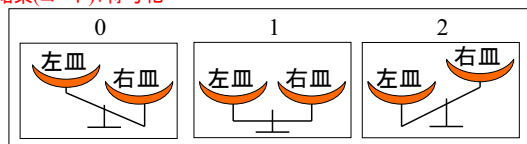
栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

18

天秤を利用した判定手続き

ステージ	左皿に乗せるコイン	右皿に乗せるコイン	結果 (コード)
I	①②③	④⑤⑥	0 1 2
II	①④⑦	③⑥⑧	0 1 2
III	①⑥⑧	②③④	0 1 2

結果(コード):符号化



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

19

問題1の解き方(使い方)1

- 例えば、偽コインは本物よりも重い(Heavy)ことが事前に分かっている場合を考える(既知情報)。
その上で、偽コインの番号を4とする(未知情報)。
- すると、各ステージ I と II での天秤の傾き、あるいは釣り合いは、順に、数字で答えると (0,2) となる。
- 次に、コード表からステージ I, II のコードが (02) に対応するコインを探すと、「3L」と「4H」となる。すでに、偽コインは本物より重いことは分かっているため、「4H」が求めるべき解答になる。ゆえに、番号4のコインが偽コインであることを教えてくれている。
- 2回の使用で正しく判定できている。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

20

問題2の解き方(使い方)2

- 例えば、偽コインの番号が2で、本物より軽いとします(番号も重さも未知情報)。
- すると、各ステージでの天秤の傾き、あるいは釣り合いは、順に、(0,1,2)となる。
- 次に、コード表から(012)に対応するコインは、「2L」となる。これは、番号2のコインが軽い(Light)ということを教えてくれている。
- 3回の利用で、正しく判定できている。

2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

21

以上

- 参考文献は以下のページのPDF資料です。
偽コインの問題(松山廣 兵庫県立大学)
http://www.sci.hyogo-u.ac.jp/matsuyam/lecture_note/mathin96.pdf
- その他の参考資料は下記WEBを参照
やさしい情報科学の問題 <http://www.code.ice.uec.ac.jp/kuri/C3/indexrei.html>
セミナー用リンク先 <http://www.code.ice.uec.ac.jp/kuri/C3/kiso.html>

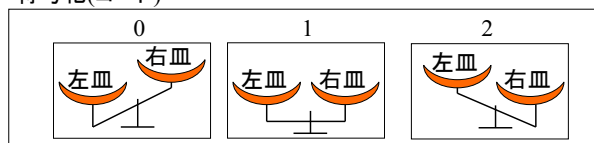
2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

22

これ以降は、PPT作成用の資料です。

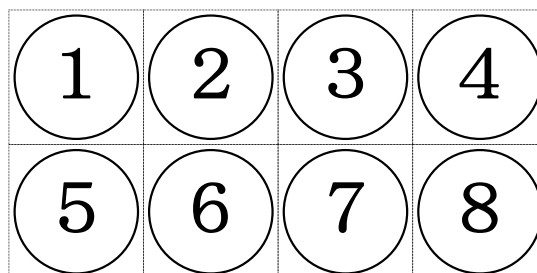
符号化(コード)



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

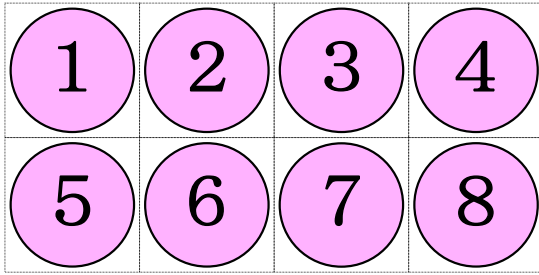
23



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

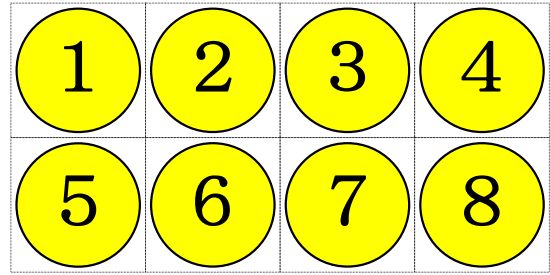
24



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

25



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

26



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

27

4枚のコイン
(偽コイン1枚と本物コイン3枚)



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

28

8枚のコイン
(偽コイン1枚と本物コイン7枚)



2009/5/1

栗原正純 電気通信大学
UEC Tokyo

29